

**دراسة نظام البندول المركب**

**إعداد الطلاب:**

**أحمد النقشي 195190**

**يامن وادي 195129**

**يمان سيخ 3034**

بإشراف:

**د. محمد الحداد**



البندول المركب هو نظام ديناميكي يتكون من جسم صلب يمكنه التأرجح حول محور ثابت ليس بالضرورة مركز ثقله. يختلف عن البندول البسيط الذي يتكون من كتلة نقطية معلقة بخيط غير قابل للتمدد وبدون كتلة. البندول المركب يمكن أن يكون له شكل وتوزيع كتلة معقد، ولكن في الكود المعطى، يتم تبسيط النموذج ليتمثل بجسم صلب بكتلة (m) وطول (l)، ويتأرجح في مستوى ثنائي الأبعاد.

المعادلة التفاضلية في الكود تصف ديناميكية البندول المركب تحت تأثير الجاذبية وقوة خارجية (u). المعادلات هي:

حيث:

* (x\_1) هي الزاوية التي يصنعها البندول مع العمودي.
* (x\_2) هي السرعة الزاوية.
* (x\_3) هي التسارع الزاوي.
* (g) هو تسارع الجاذبية الأرضية.
* (u) هي القوة الخارجية المطبقة على البندول.

المعادلة الثالثة تعبر عن التسارع الزاوي وتأخذ في الاعتبار العزم الناتج عن الجاذبية والقوة الخارجية. الجزء (-{m g l}\*sin(x-1)/ {l^2}) يمثل عزم الجاذبية الذي يحاول إعادة البندول إلى وضع الاستقرار (الزاوية صفر)، بينما (u) يمثل عزم القوة الخارجية التي يمكن أن تدفع البندول بعيدًا عن وضع الاستقرار أو تعيده إليه.

1. **تعريف المتغيرات الرمزية**:

يتم تعريف المتغيرات x1, x2, x3, وu كمتغيرات رمزية لاستخدامها في تمثيل النظام الرياضي.

1. **تعريف الثوابت الفيزيائية**:
   * g = 9.81: تسارع الجاذبية الأرضية بوحدة متر/ثانية².
   * m = 1: كتلة البندول بوحدة كيلوجرام.
   * l = 1: طول البندول بوحدة متر.
2. **تعريف النظام الديناميكي**:
   * f = [x2; x3; -m\*g\*l\*sin(x1)/l^2 + u]: يمثل هذا النظام الديناميكي للبندول، حيث x1, x2, و x3 هي حالات النظام، و u هو الإدخال (التحكم).
3. **نقطة التشغيل**:
   * x\_bar = [0; 0; 0]: تمثل نقطة التوازن التي يتم حولها تخطيط النظام.
   * u\_bar = 0: قيمة الإدخال في نقطة التوازن.
4. **التخطيط الخطي**:
   * A: مصفوفة الحالة الخطية التي تم الحصول عليها من خلال أخذ الجاكوبيان للنظام الديناميكي بالنسبة لحالات النظام وتقييمه في نقطة التوازن.
   * B: مصفوفة الإدخال الخطية التي تم الحصول عليها من خلال أخذ الجاكوبيان للنظام الديناميكي بالنسبة للإدخال وتقييمه في نقطة التوازن.
5. **القيم الخاصة والشعاع الخاص**:
   * [V, D] = eig(A): يتم حساب القيم الخاصة والشعاع الخاص لمصفوفة A لتحليل استقرار النظام.
6. **التحقق من استقرار النظام**:
   * يتم التحقق من استقرار النظام عن طريق فحص القيم الخاصة. إذا كانت جميع القيم الخاصة لها جزء حقيقي سالب، فإن النظام مستقر.
7. **تعريف الزمن**:
   * t = 0:0.01:10: يتم تعريف متجه الزمن من 0 إلى 10 ثواني بخطوات 0.01 ثانية.
8. **الظروف الأولية**:
   * x0 = [1; 0; 0]: تمثل الظروف الأولية للنظام.

الظروف الأولية في الكود السابق تشير إلى القيم البدائية للمتغيرات الحالة للنظام الديناميكي عند بداية المحاكاة. في سياق البندول المركب، الظروف الأولية تحدد موقع وسرعة البندول في اللحظة التي نبدأ فيها تحليل الحركة.

في الكود، الظروف الأولية مُعطاة بواسطة المتجه x0 = [1; 0; 0]، حيث:

العنصر الأول 1 يمثل الزاوية الأولية للبندول بالراديان، وهو يُظهر أن البندول يبدأ متحركًا من زاوية معينة بعيدًا عن الوضع العمودي.

العنصر الثاني 0 يمثل السرعة الزاوية الأولية، وهو يُظهر أن البندول يبدأ من حالة السكون دون أي سرعة زاوية.

العنصر الثالث 0 يمثل التسارع الزاوي الأولي، وهو يُظهر أنه لا يوجد تسارع زاوي في البداية.

هذه الظروف الأولية ضرورية لحل المعادلات التفاضلية وتحديد كيف ستتطور حالات النظام مع الزمن خلال المحاكاة. تُستخدم هذه القيم لتحديد سلوك النظام من البداية ولتوقع مسارات الطور في المستقبل.

1. **حل المعادلة التفاضلية الخطية**:
   * [t, x] = ode45(@ (t, x) A\*x, t, x0): يتم حل المعادلة التفاضلية باستخدام دالة ode45، وهي دالة لحل المعادلات التفاضلية في MATLAB.
2. **رسم مسارات الطور**:
   * يتم رسم مسارات الطور للنظام الخطي في فضاء الحالة ثلاثي الأبعاد الرسم الثلاثي الأبعاد في الكود يُستخدم لتمثيل مسارات الطور للنظام الديناميكي، وليس لتمثيل الحركة الفعلية للبندول في الفضاء. على الرغم من أن البندول يتأرجح في مستوى ثنائي الأبعاد، إلا أننا نستخدم رسمًا ثلاثي الأبعاد لتصوير الحالات الثلاث للنظام (الزاوية، السرعة الزاوية، والتسارع الزاوي) مع مرور الزمن.
   * في الرسم الثلاثي الأبعاد:
   * المحور (x) يمثل الزاوية (x1).
   * المحور (y) يمثل السرعة الزاوية (x2).
   * المحور (z) يمثل التسارع الزاوي (x3).

**التطبيق في الحياة العملية:**

* يمكن استخدام هذا النوع من التحليل لتصميم أنظمة التحكم للروبوتات أو الأجهزة التي تحتوي على عناصر تتأرجح مثل البندول. على سبيل المثال، يمكن استخدامه في تصميم أنظمة التحكم للروبوتات التي تحاكي حركة الإنسان أو في تطوير أنظمة التعليق في السيارات لتحسين الاستقرار.